

# LISTA DE SUBIECTE

la disciplina

## ***MODELE STATISTICE ȘI FIABILITATE***

IV CE, EG, IEE, 2007-2008, sem. II

- 1) Algebra Boole. Axiome. Proprietăți. Atom. Exemple de algebre Boole;
- 2) Algebra de părți. Algebra propozițiilor. Definiții. Proprietăți. Exemple;
- 3) Experiență stocastică. Evenimente. Proprietățile evenimentelor elementare. Exemple de experiențe stocastice;
- 4) Probabilități. Definiții. Proprietăți. Exemple;
- 5) Probabilități condiționate. Evenimente independente. Sistem complet de evenimente. Formula de înmulțire a probabilităților. Formula probabilităților totale. Formula lui Bayes. Exemple;
- 6) Variabilă aleatorie. Operații cu variabile aleatorii. Exemple. Funcție de repartiție. Densitate de repartiție. Proprietăți;
- 7) Caracteristicile variabilelor aleatorii. Moment inițial de ordinul  $n$ . Medie. Mediană. Modă. Cuantile;
- 8) Caracteristicile variabilelor aleatorii. Moment centrat de ordinul  $n$ . Dispersie. Abatere medie pătratică. Coeficient de variație. Asimetrie. Exces;
- 9) Inegalitatea lui Cebâșev. Aplicație – regula celor 3  $\sigma$ ;
- 10) Vector aleatoriu. Funcție și densitate de repartiție multidimensionale. Proprietăți;
- 11) Repartiții multidimensionale condiționate. Exemplu;
- 12) Sisteme de două variabile aleatorii. Medie totală. Medie condiționată. Momente inițiale și centrate de ordin  $m, n$ ;
- 13) Covariație. Coeficient de corelație. Proprietăți. Funcție de regresie. Matrice de covariație. Matrice de corelație. Exemple;
- 14) Principalii indicatori de fiabilitate. Definiții probabilistice. Definiții statistice;
- 15) Relațiile de legătură dintre principalii indicatori de fiabilitate;
- 16) Fiabilitatea sistemelor serie și paralel cu elemente independente;
- 17) Fiabilitatea sistemelor serie și paralel cu elemente dependente;
- 18) Fiabilitatea sistemelor cu structură oarecare. Aplicație – conexiunea în punte;
- 19) Sisteme și structuri monotone. Fiabilitatea structurilor monotone. Teorema lui Moore. Teorema lui Shanon;
- 20) Repartiția binomială. Calculul mediei și dispersiei;
- 21) Estimarea parametrului  $p$  la distribuția binomială;
- 22) Repartiția hipergeometrică. Repartiția polinomială;
- 23) Repartiția Poisson. Calculul mediei și dispersiei. Funcția de repartiție;
- 24) Repartiția geometrică. Calculul mediei și dispersiei;
- 25) Flux omogen de evenimente. Flux ordinar. Flux cu postacțiune limitată. Flux fără postacțiune. Flux staționar. Exemple;
- 26) Flux omogen de evenimente. Flux poissonian staționar și nestaționar. Exemple;
- 27) Repartiția normală. Repartiția normală multidimensională; Repartiția logonormală;
- 28) Repartiția normală trunchiată. Calculul principalilor indicatori de fiabilitate;
- 29) Repartiția gamma generalizată. Momentul inițial de ordinul  $n$ . Momentul centrat de ordinul  $n$ . Cazuri particulare;
- 30) Probabilitatea de succes a unei misiuni de durată aleatorie;
- 31) Media și dispersia sumei unui număr aleatoriu de variabile aleatorii;
- 32) Estimatori. Condiții impuse. Estimarea mediei;
- 33) Estimatori. Condiții impuse. Estimarea dispersiei;

- 34) Interval de încredere. Prag de încredere. Determinarea intervalului de încredere;
- 35) Încercări de fiabilitate. Determinarea MTBF pe cale experimentală;
- 36) Verificarea ipotezelor statistice. Teorema lui Glivenko. Teorema și testul lui Kolmogorov;
- 37) Ecuația reînnoirii;
- 38) Proces Markov discret cu timp discret;
- 39) Proces Markov discret cu timp continuu;

**Observații :**

- Admiterea la examen este condiționată de realizarea unei prezențe de cel puțin 75% la activitățile de curs și seminar. În cazuri bine fundamentate, studenții vor prezenta cadrului didactic dovada aprobării de către Biroul Consiliului Facultății a derogării de la această regulă.
- Admiterea la examen este condiționată de asemenea de prezentarea cadrului didactic a carnetului de student, notițelor personale de curs și a aplicațiilor personale rezolvate în cadrul seminariilor.

Examinator,

Asist. ing. Alin-Iulian DOLAN

## Aplicații la disciplina **MODELE STATISTICE ȘI FIABILITATE**

IV CE, EG, IEE, 2007-2008, sem. II

- 1) O urnă conține bile albe și bile negre. Se extrag din urnă succesiv 2 bile. Cu ajutorul evenimentelor:  $A = \{ \text{prima bilă extrasă este albă} \}$  și  $B = \{ \text{a doua bilă extrasă este albă} \}$  să se scrie evenimentele:  $C = \{ \text{prima bilă este neagră} \}$ ;  $D = \{ \text{cel puțin o bilă este albă} \}$ ;  $E = \{ \text{ambele bile sunt negre} \}$ ;  $F = \{ \text{o bilă și numai una este albă} \}$ ;  $G = \{ \text{bilele au aceeași culoare} \}$ .
- 2) O persoană urmează să facă 3 apeluri telefonice la 3 numere diferite. Fiecare număr este format o singură dată. Cu ajutorul evenimentelor  $A_i = \{ \text{la chemarea „i” nu primește răspuns} \}$ , să se scrie evenimentele:  $A = \{ \text{primește răspuns la toate chemările} \}$ ;  $B = \{ \text{la cel mult o chemare nu primește răspuns} \}$ ;  $C = \{ \text{la cel puțin o chemare nu primește răspuns} \}$ ;  $D = \{ \text{la o singură chemare nu primește răspuns} \}$ ;  $E = \{ \text{nu primește răspuns la prima chemare și la încă una din celelalte două chemări} \}$ ;  $F = \{ \text{nu primește răspuns la cel mult prima chemare} \}$ .
- 3) Care este probabilitatea ca în urma aruncării zarului să se obțină o cifră divizibilă cu 3, respectiv cu 2, dacă probabilitățile de apariție ale fețelor  $\{1\}$ ,  $\{2\}$  și  $\{3\}$  sunt egale cu  $1/4$  iar probabilitățile de apariție ale celorlalte fețe sunt egale între ele ?
- 4) Într-un fișier sunt 10000 de fișe numerotate de la  $\{0000\}$  la  $\{9999\}$ . Care este probabilitatea că numărul primei fișe extrase să conțină cifra 5 ?
- 5) Într-o ladă se află 100 de mere de două culori, dintre care 10 sunt roșii. Care este probabilitatea ca scoțând 5 mere la întâmplare, printre ele să se afle și mere roșii?
- 6) Se aruncă o monedă până când se obține fața cu  $\{ \text{marca} \}$ . Care este probabilitatea de a face cel mult 3 încercări ?
- 7) Dacă se aruncă de 4 ori un zar, care este probabilitatea să apară cel puțin o dată fața cu cifra  $\{6\}$  ? Dar dacă se aruncă de 24 ori o pereche de zaruri, care este probabilitatea să apară cel puțin o dată perechea  $\{6\}$ - $\{6\}$  ?
- 8) O urnă conține 3 bile albe și 4 bile negre, iar o altă urnă conține 4 bile albe și 5 bile negre. Din fiecare urnă se extrage câte o bilă. Cu ajutorul evenimentelor:  $A = \{ \text{bila extrasă din prima urnă este albă} \}$  și  $B = \{ \text{bila extrasă din a doua urnă este albă} \}$  să se calculeze probabilitățile evenimentelor:  $C = \{ \text{ambele bile sunt albe} \}$ ;  $D = \{ \text{cel puțin o bilă este albă} \}$ ;  $E = \{ \text{bila extrasă din prima urnă este albă iar bila extrasă din a doua urnă este neagră} \}$ ;  $F = \{ \text{bila extrasă din prima urnă este neagră} \}$ ;  $G = \{ \text{bilele au aceeași culoare} \}$ .
- 9) O urnă conține 6 bile albe și 5 bile negre. Se extrag succesiv 3 bile, fără întoarcerea bilei extrase în urnă. Care este probabilitatea ca prima bilă extrasă să fie albă iar celelalte două să fie negre ?
- 10) La un contactor sunt posibile următoarele tipuri de defecte:  $A = \{ \text{nesimultaneitatea închiderii contactelor} \}$ ,  $B = \{ \text{vibrații} \}$  și  $C = \{ \text{bobina întreruptă} \}$ . Cunoscând probabilitățile acestora:  $P(A) = 0.1$ ,  $P(B) = 0.2$  și  $P(C) = 0.05$ , să se calculeze :  
a) probabilitatea ca un contactor să fie defect; b) probabilitatea ca un contactor să prezinte toate defectele.

- 11) Se consideră un lot aparate dintre care 75% sunt produse de fabricantul I iar 25 % de fabricantul II. Se cunoaște că 99% din aparatele produse de fabricantul I sunt bune, respectiv 99% din aparatele produse de fabricantul II sunt bune. Să se calculeze probabilitatea ca:  
 a) un aparat ales la întâmplare să fie produs de fabricantul I și să fie bun; b) un aparat să fie defect; c) un aparat să fie produs de fabricantul II, după ce s-a constatat că este defect.
- 12) Un lot de produse este supus unei analize de laborator. Se știe că rata defectelor este de 0.5% iar probabilitatea de corectitudine a testului este de 95%. Considerând evenimentele  $\bar{B} = \{ \text{produsul este defect} \}$  și  $\bar{A} = \{ \text{analiza indică defectul} \}$ , se cer următoarele: a) primind o analiză nefavorabilă, care este probabilitatea ca produsul să fie defect?; b) cât de precis ar trebui să fie testul pentru ca probabilitatea calculată mai sus să fie de 95% ?
- 13) Printr-un canal de transmitere a informației 40% din timp se transmite semnalul  $X_1$  iar 60% din timp semnalul  $X_2$ . În 75% din cazuri semnalul  $X_1$  este interpretat ca  $Y_1$  iar în 25% din cazuri este interpretat ca  $Y_2$ . În 90% din cazuri semnalul  $X_2$  este interpretat ca  $Y_2$  iar în 10% din cazuri este interpretat ca  $Y_1$ . dacă se recepționează semnalul  $Y_1$ , să se calculeze probabilitatea că s-a transmis  $X_1$ .
- 14) Se consideră o variabilă aleatorie discretă având repartiția  $\xi: \begin{pmatrix} 0.3 & 0.4 & 0.5 & 0.2 \\ 0.2 & 0.3 & 0.4 & 0.1 \end{pmatrix}$ .  
 Utilizând inegalitatea lui Cebâșev să se estimeze probabilitatea ca  $|\xi - M(\xi)| < 0.2$ .
- 15) Să se determine și să se reprezinte grafic funcția de repartiție corespunzătoare variabilei aleatorii ce descrie suma fețelor ce apar la aruncarea unei perechi de zaruri.
- 16) Să se calculeze media, mediana, moda, dispersia și abaterea medie pătratică pentru variabila aleatorie ce descrie suma fețelor ce apar la aruncarea unei perechi de zaruri.
- 17) Să se calculeze media, mediana, moda, dispersia și abaterea medie pătratică pentru o variabila aleatorie ce ia următoarele valori:  $\{ 9, 4, 0, 5, 8, 7, 2, 1, 7, 2 \}$ .
- 18) O variabila aleatorie continuă are densitatea de repartiție:
- $$f_{\xi}(x) = \begin{cases} 0 & x < 0 \\ \cos(x) & x \in [0; \pi/2) \\ 0 & x \geq \pi/2 \end{cases}$$
- Să se determine funcția de repartiție, media, mediana, moda și cuartilele.
- 19) S-au încercat 1000 de obiecte identice. După 3000 h s-au defectat 80 dintre ele, iar în următoarele 100 h s-au mai defectat 50. Se cere estimarea următorilor indicatori de fiabilitate: a) probabilitatea de funcționare la 3000 h; b) probabilitatea de defectare la 3000 h; c) probabilitatea de funcționare la 3100 h; d) probabilitatea de defectare la 3100 h; e) frecvența relativă de defectare la 3050 h; f) intensitatea de defectare la 3050 h.
- 20) O variabilă aleatorie discretă  $\xi$  ia valorile  $\{ -1, 0, 1 \}$ . a) Dacă momentul inițial de ordinul I este 0.1 iar cel de ordinul II este 0.9, să se calculeze probabilitățile cu care  $\xi$  ia fiecare valoare; b) să se calculeze probabilitatea ca  $\xi \in [0;1]$ .
- 21) S-au observat 3 produse identice și s-au înregistrat la primul produs 6 defecte, la al doilea 11 iar la al treilea 8 defecte. Primul a funcționat 181 h în perioada de observație, al doilea 329 h iar al treilea 245 h. Să se estimeze media timpilor de bună funcționare.

22) Frecvența relativă de defectare la un dispozitiv este dată de expresia:  
 $f_{\tau}(t) = c_1 \lambda_1 e^{-\lambda_1 t} + c_2 \lambda_2 e^{-\lambda_2 t}$ . Să se determine probabilitatea de funcționare până la momentul  $t$ , intensitatea de defectare la momentul  $t$  și media timpilor de bună funcționare.

23) Un sistem este format din 5 blocuri astfel încât fiecare bloc, prin defectare, compromite funcționarea sistemului. Se știe că primul bloc s-a defectat de 34 ori în 952 h, al doilea de 24 ori în 960 h, al treilea de 4 ori în 210 h, al patrulea de 6 ori în 210 h iar al cincilea de 5 ori în 210 h. Presupunând că toate blocurile sunt în perioada de maturitate, să se estimeze media timpilor de bună funcționare a sistemului.

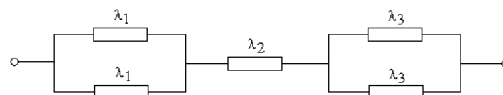
24) Un produs se defectează în medie o dată la 5 ani. Câte produse sunt necesare pentru 10 ani dacă ele funcționează: a) pe rând; b) simultan ?

25) Într-un circuit avem două diode identice care funcționează în paralel. Intensitatea de defectare a acestor diode este  $\lambda = \alpha \lambda_0$ , unde  $\lambda_0 = 0.2 \cdot 10^{-6} \text{ h}^{-1}$  iar  $\alpha = 1.9$  la  $60^{\circ}\text{C}$  pentru factorul de încărcare  $k = 1$  și  $\alpha = 0.62$  la  $60^{\circ}\text{C}$  pentru factorul de încărcare  $k = 0.5$ . Se cere media timpilor de bună funcționare și probabilitatea de funcționare timp de 10000 h.

26) Un sistem de tip serie este compus din 3 blocuri. Primul are intensitatea de defectare  $\lambda_1(t) = 0.16 \cdot 10^{-3} \text{ h}^{-1}$ , al doilea bloc are  $\lambda_2(t) = 0.23 \cdot 10^{-4} \cdot t \text{ h}^{-1}$  iar al treilea bloc are  $\lambda_3(t) = 0.06 \cdot 10^{-6} \cdot t^{2.6} \text{ h}^{-1}$ . Se cere probabilitatea de funcționare timp de 100 h.

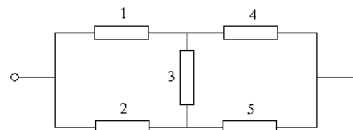
27) Timpul de bună funcționare al unui element este repartizat exponențial, având intensitatea de defectare  $\lambda(t) = 2.5 \cdot 10^{-5} \text{ h}^{-1}$ . Se cere indicatorii de fiabilitate la 500 h, 1000 h, 2000 h.

28) Se dă următorul sistem cu elemente independente:



Să se determine indicatorii de fiabilitate ai sistemului.

29) Să se determine probabilitatea de funcționare până la momentul  $t$  a sistemului următor cunoscând probabilitățile de funcționare ale elementelor:  $p_1(t) = 0.8$ ;  $p_2(t) = 0.7$ ;  $p_3(t) = 0.75$ ;  $p_4(t) = 0.9$ ;  $p_5(t) = 0.6$ :



30) Serviciul telefonic asigură fiabilitatea unei rețele astfel încât dacă formăm corect un număr, avem 19 șanse din 20 de a obține legătura. Care este probabilitatea de a obține legătura din cel mult 3 încercări ?

31) Dintr-un lot de condensatoare electrice, 15 % sunt în afara limitelor de toleranță. Care este probabilitatea de a găsi: a) 2 condensatoare din 10 în afara limitelor de toleranță; b) zero condensatoare din 10 în afara limitelor de toleranță; c) zero condensatoare din 20 în afara limitelor de toleranță ?

32) Un produs are media timpilor de bună funcționare de 5 ani. a) Care este probabilitatea ca într-un an să se defecteze 2 produse? b) Dar să se defecteze cel mult două produse?

- 33) Un produs are media timpilor de bună funcționare de 2 ani. a) Care este probabilitatea ca în 3 ani să se defecteze 3 produse? b) Dar să se defecteze între 2 și 4 produse?
- 34) La o rampă de descărcare sosesc în medie 4 garnituri/h. Se cere probabilitatea ca într-o jumătate de oră să sosească: a) o garnitură; b) măcar o garnitură; c) cel puțin 3 garnituri?